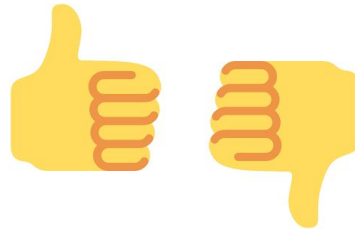


Modelos de efectos mixtos

Análisis estadístico utilizando R



UNQ UNTreF CONICET

Pablo Etchemendy

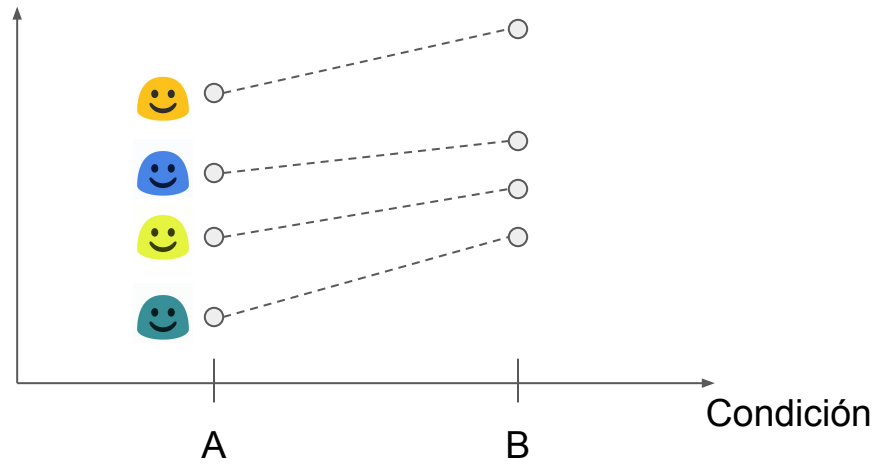
Ignacio Spiouzas

Agosto 2021

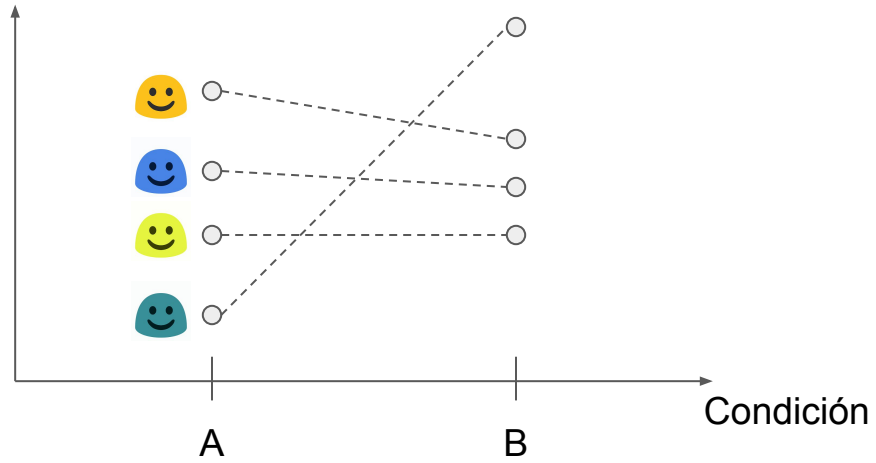
PARTE 1

Datos jerárquicos

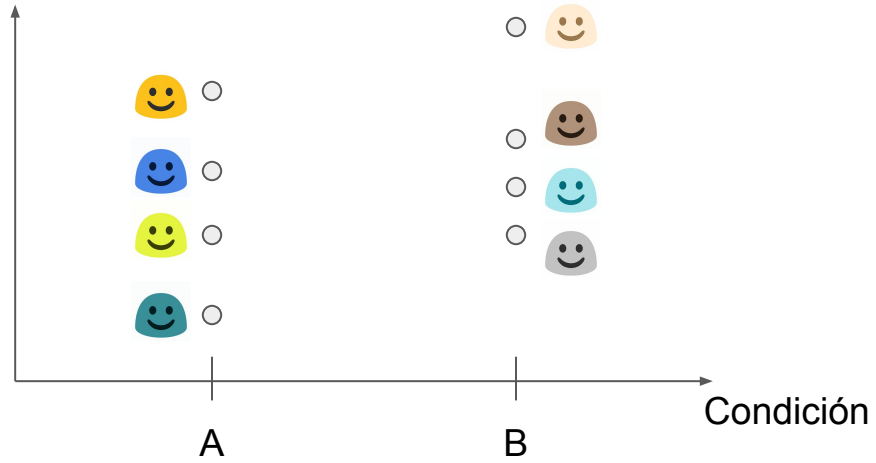
Respuesta



Respuesta



Respuesta



Medidas repetidas

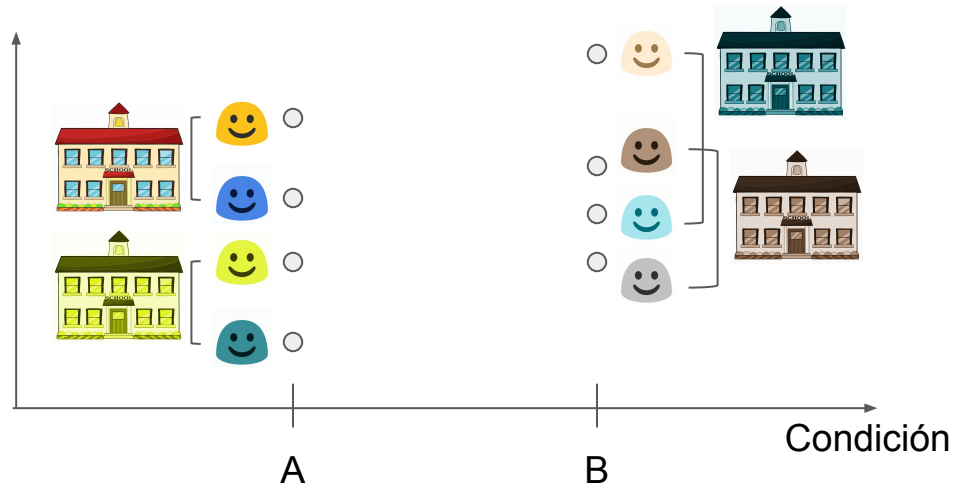
Cada “unidad de análisis” se mide en más de una condición

También conocido como diseño “within-subject”

Medidas longitudinales

Medidas repetidas a lo largo del tiempo

Respuesta

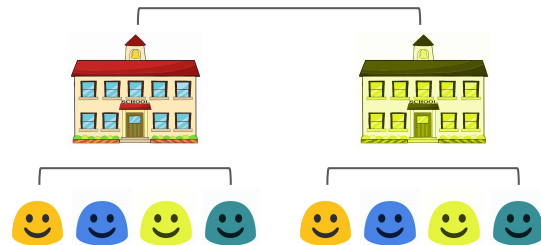
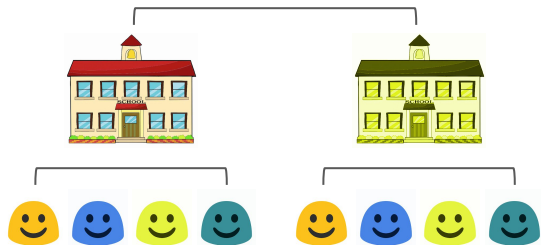


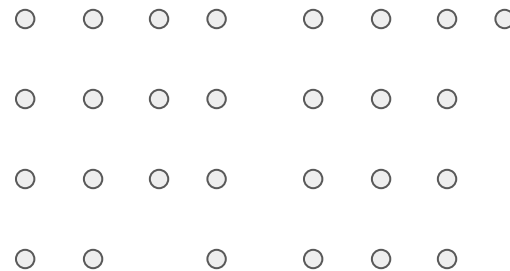
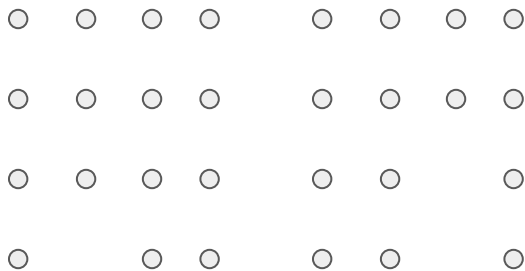
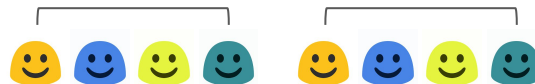
Datos agrupados

Cada “unidad de análisis” se puede agrupar
en una categoría más amplia

Datos jerárquicos

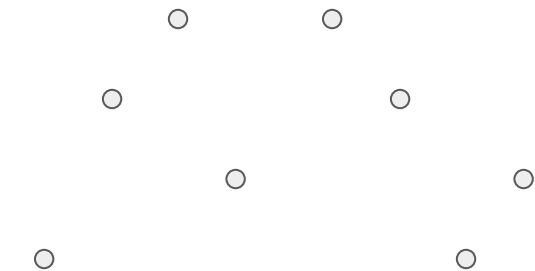
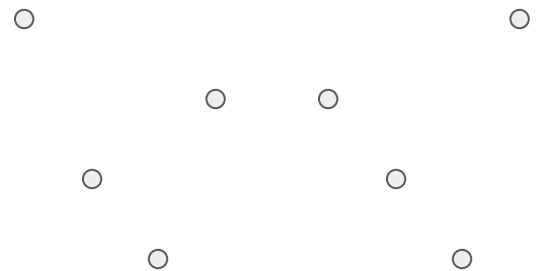
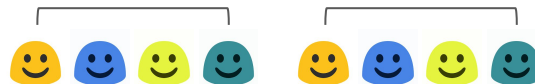
Las unidades de análisis pueden agruparse
en una o varias de las formas vistas





Tiempo

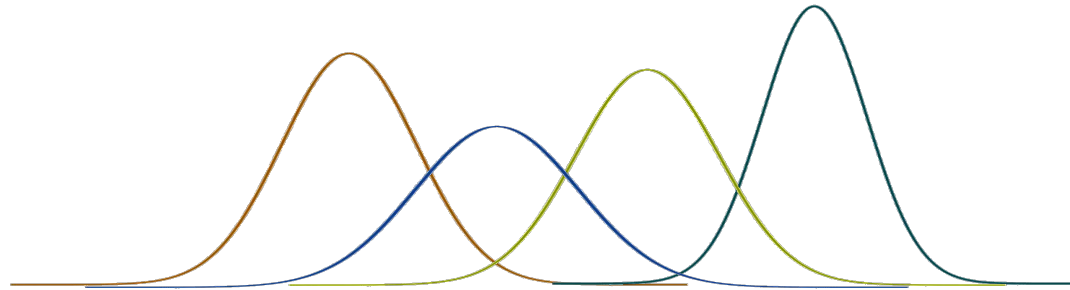
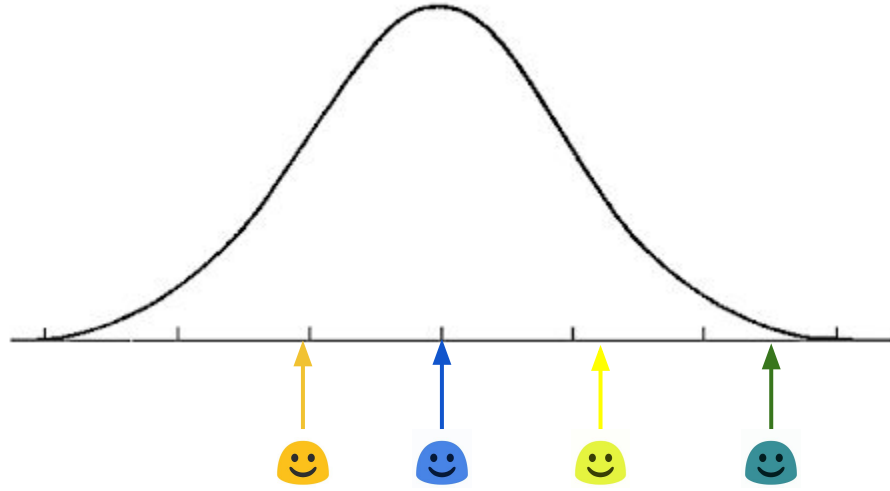


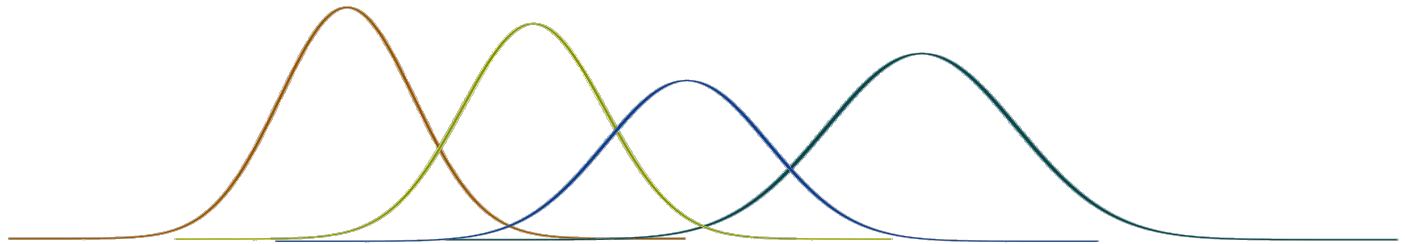
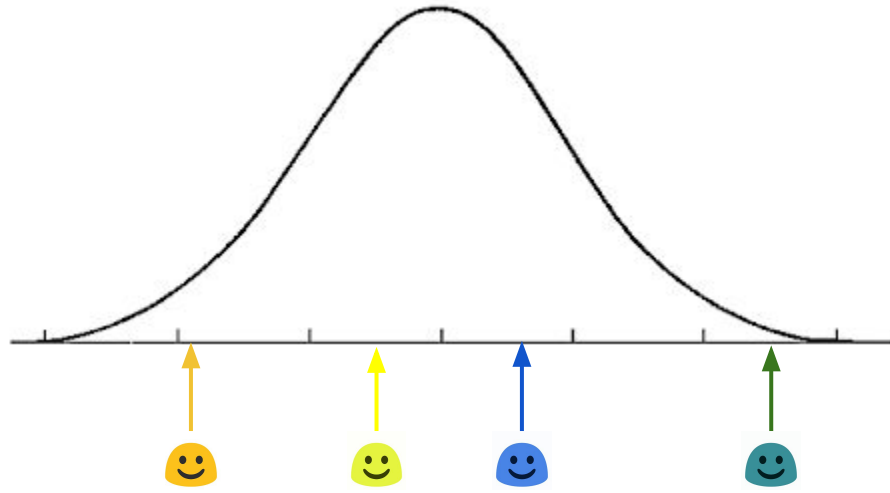


Tiempo



Factores fijos y aleatorios

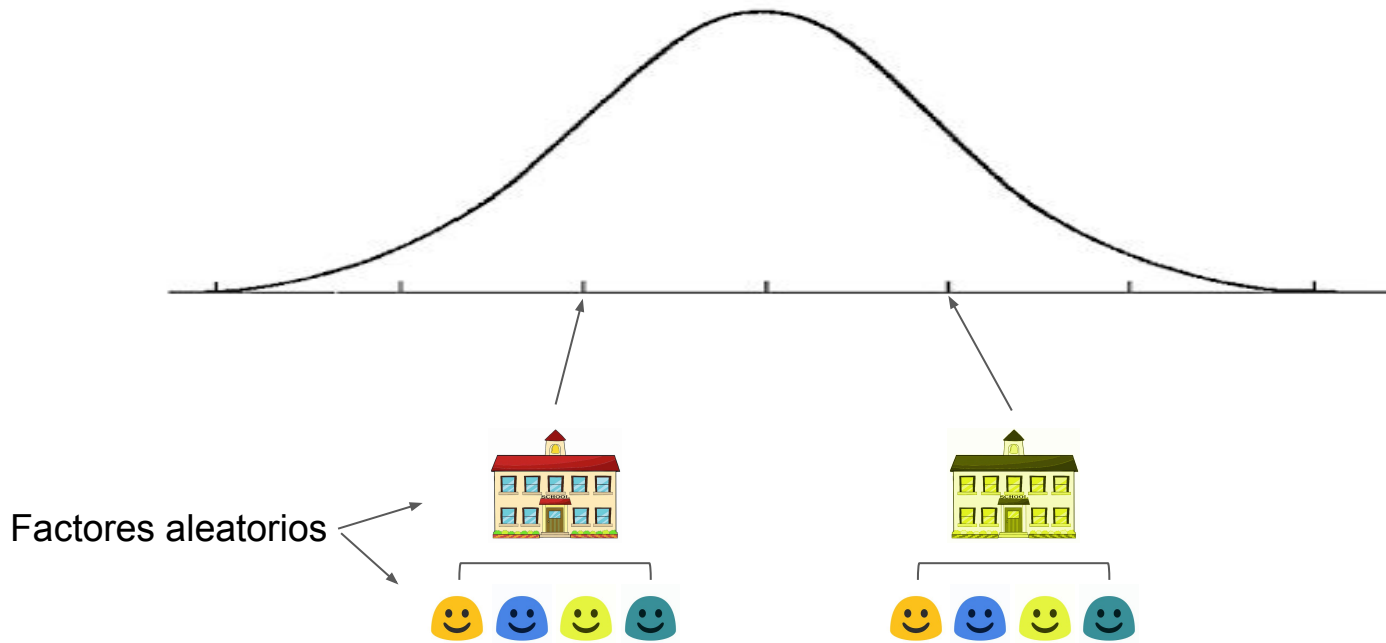


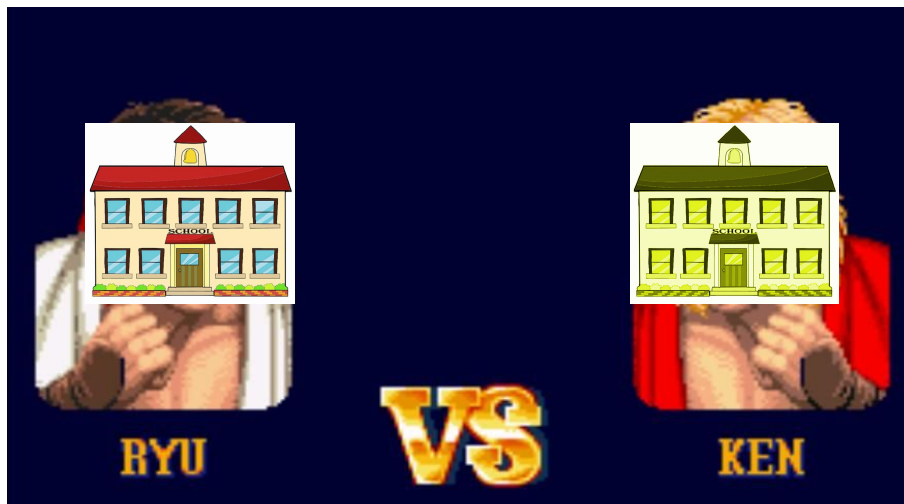


Sujeto	A	B
01	9	19
02	8.5	20
03	11	15
...
10	12	18

Factor fijo: Los valores “A” y “B” fueron elegidos deliberadamente. Se incluyeron todos los valores de interés para el estudio.

Factor aleatorio: Los sujetos no fueron elegidos deliberadamente; fueron tomados aleatoriamente de una población





Modelos lineales

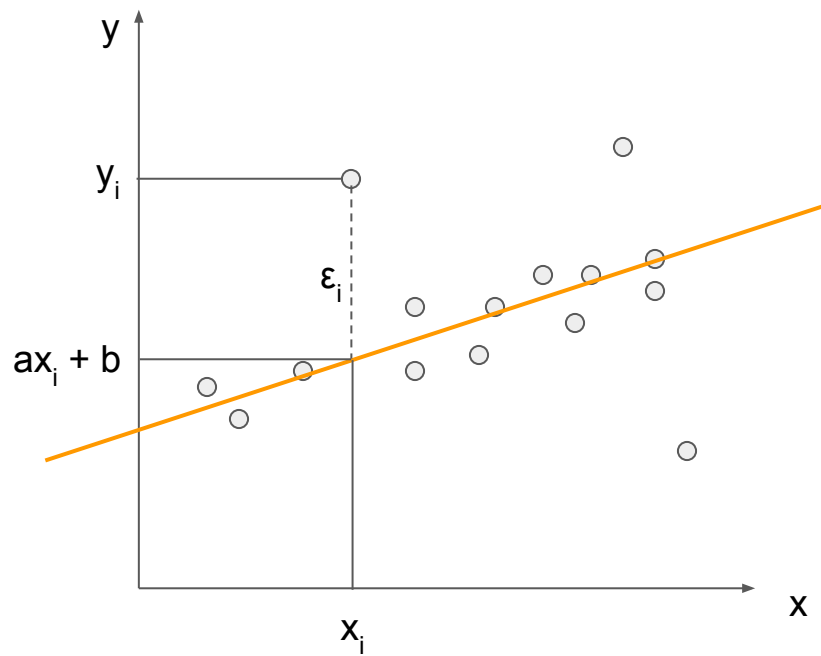
Nos permiten trabajar con datos jerárquicos siempre que se cumpla independencia (solo factores fijos)

Modelos lineales de efectos mixtos

Nos permiten modelar la aleatoriedad en los datos debida a efectos aleatorios

PARTE 2

Efectos mixtos



$$y_i = ax_i + b + \epsilon_i$$

↑
residuos

$$y_i = ax_i + b + \epsilon_i$$



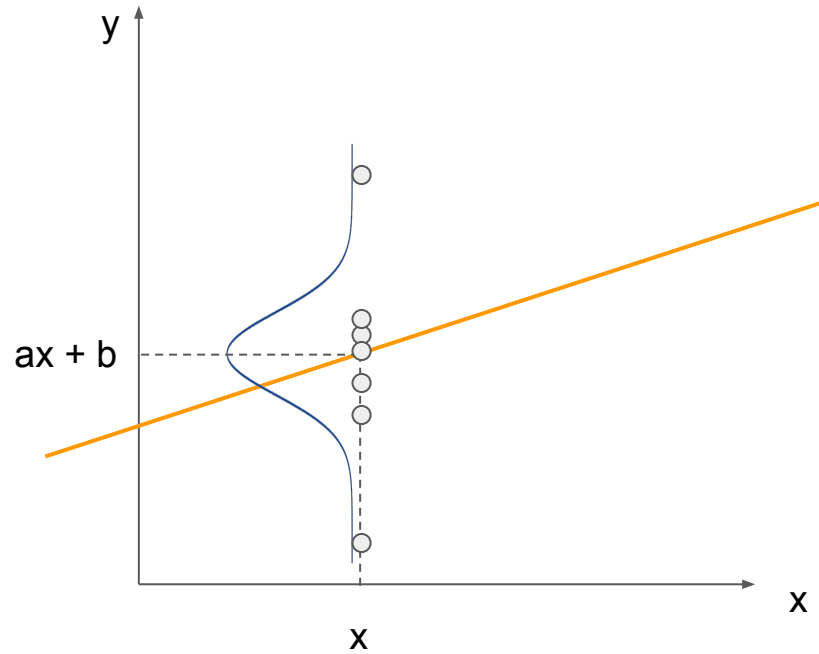
$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma)$$

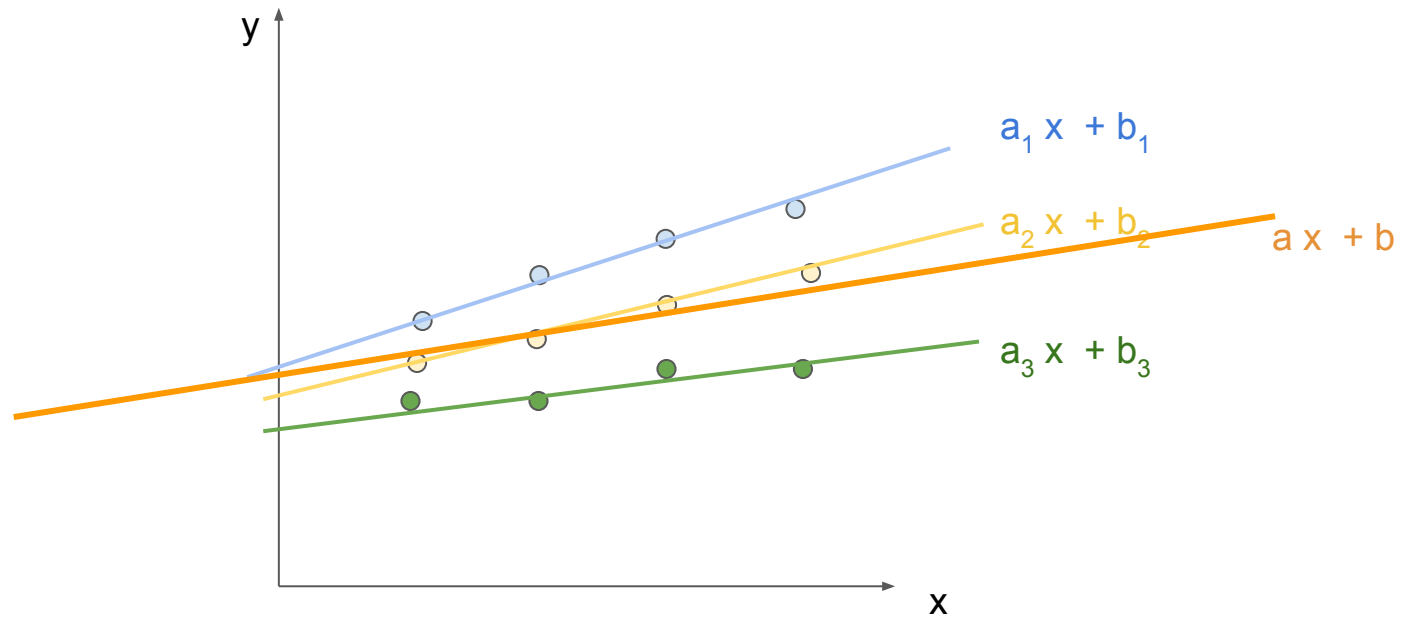
Tres parámetros:

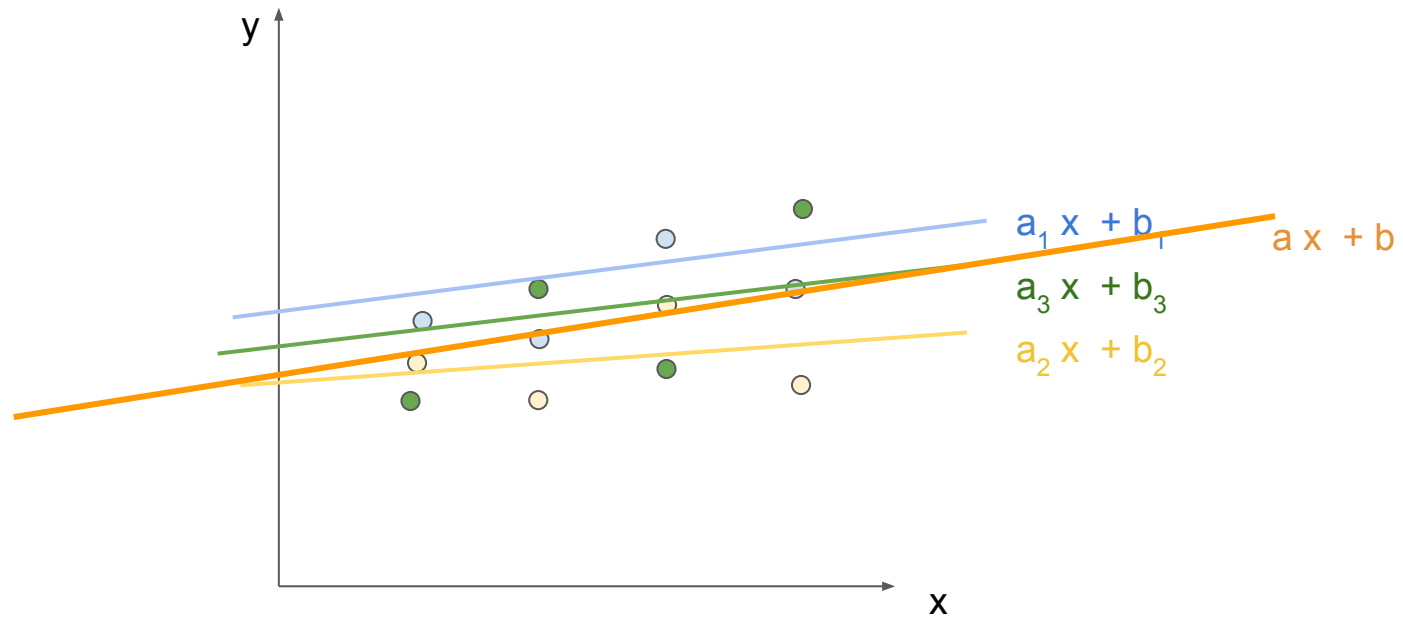
- La pendiente a
- La ordenada b
- El desvío σ

Efectos fijos

$$y_i = ax_i + b + \epsilon_i$$







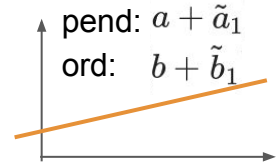
$$\begin{array}{ccc}
 N(0, \sigma_{\text{pendiente}}) & & N(0, \sigma_{\text{ordenada}}) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 y_{ij} = (a + \tilde{a}_j)x_i + (b + \tilde{b}_j) + \epsilon_{ij} & & \\
 \swarrow & & \nwarrow \\
 \text{Observación } i \text{ para la unidad de análisis } j & & N(0, \sigma_j^{\text{error}})
 \end{array}$$

$$y_{ij} = (a + \tilde{a}_j)x_i + (b + \tilde{b}_j) + \epsilon_{ij}$$

Unidad de análisis

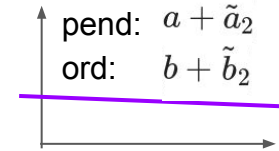
j=1

$$y_{i1} = (a + \tilde{a}_1)x_i + (b + \tilde{b}_1) + \epsilon_{i1}$$



j=2

$$y_{i2} = (a + \tilde{a}_2)x_i + (b + \tilde{b}_2) + \epsilon_{i2}$$



...

etc.

¿Cuántos parámetros?

Dos para los efectos fijos:

- La pendiente a
- La ordenada b

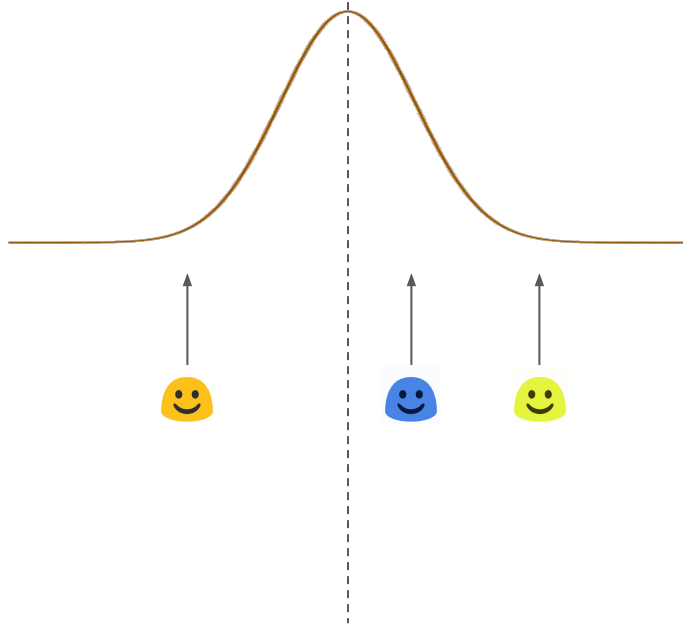
Dos para efectos aleatorios:

- Variabilidad en las pendientes: $\sigma^{\text{pendiente}}$
- Variabilidad en las ordenadas: σ^{ordenada}

Asumiendo que todas las unidades tienen el mismo error:

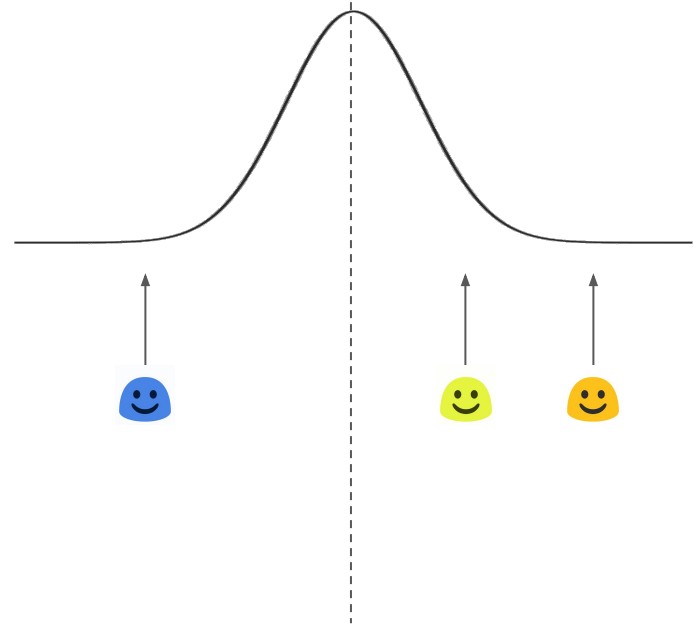
- Variabilidad de los residuos: σ^{error}

Pendientes



Efecto fijo "a"

Ordenadas

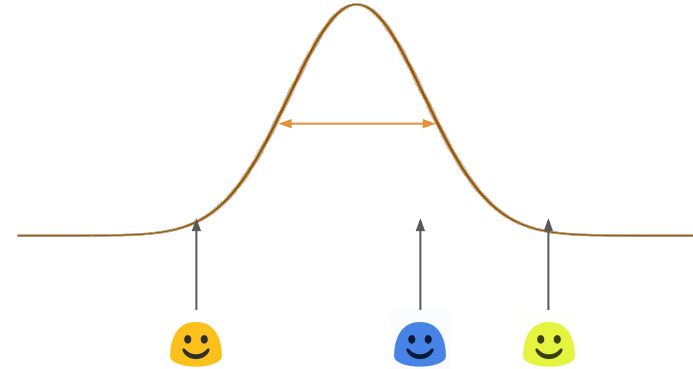


Efecto fijo "b"

¿Por qué es útil?

- Me permiten caracterizar la variabilidad entre mis unidades de análisis mediante un único parámetro por cada efecto aleatorio.

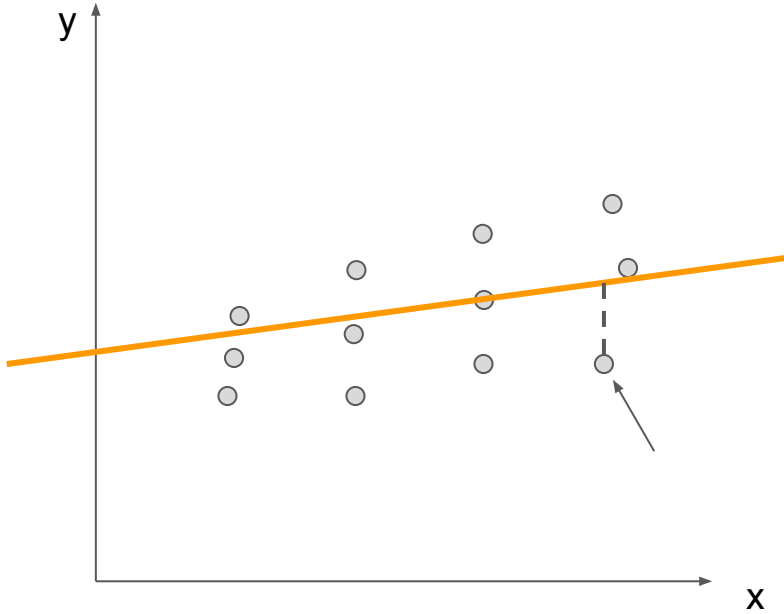
- De otro modo, debería considerar a cada unidad de análisis como un efecto fijo, y debería usar **un parámetro para cada una**.



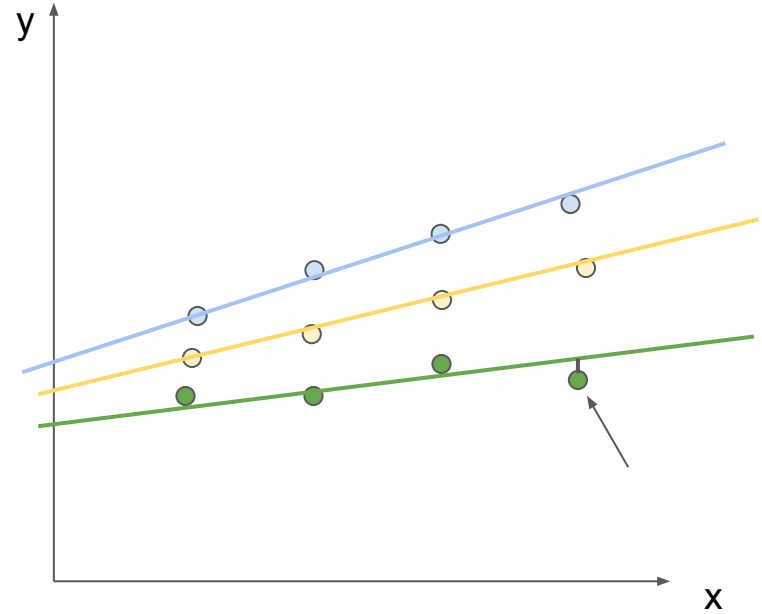
	Pendiente	Ordenada
😊		
😊		
😊		

¿Qué pasa con los residuos?

Solo efectos fijos



Incluyendo efectos aleatorios



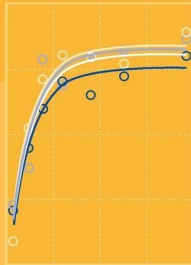
Muchas cosas más...

- Heterogeneidad de varianza
- Estructura de correlación para los errores (residuos)
- Estructuras complejas de efectos mixtos: cruzados y anidados

Statistics and Computing

José C. Pinheiro
Douglas M. Bates

Mixed-Effects Models in S and S-PLUS

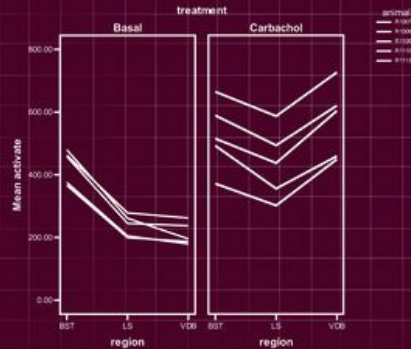


 Springer

LINEAR MIXED MODELS

A Practical Guide Using Statistical Software

SECOND EDITION



Brady T. West
Kathleen B. Welch
Andrzej T. Gałeczki

with contributions from Brenda W. Gillespie

 CRC Press
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK

Springer Texts in Statistics

Andrzej Gałeczki
Tomasz Burzykowski

Linear Mixed-effects Models Using R

A Step-by-step Approach

 Springer

Tutoriales

- Bodo Winter: <https://bodo-winter.net/tutorials.html>
- David Howell:
<https://www.uvm.edu/~statdhtx/StatPages/Mixed-Models-Repeated/Mixed-Models-for-Repeated-Measures1.html>